

進化的枠組みにおける水資源管理の可能性

Water resource management and evolutionary dynamics

大石 和博

Kazuhiro OISHI

要約

本稿では、税と補償を考慮した水資源の利用問題を evolutionary game theory framework で考察する。水資源を利用する部門が二つあり、水資源の利用に負の影響を及ぼす部門を部門 1、及ぼさない部門を部門 2 とよぶ。政府は水資源の利用を抑制するために部門 1 で働く構成員に課税し、その税収を原資として、生産活動を行わない構成員に対し補償金を支払う。社会の構成員は水資源を利用する部門 1 又は部門 2 で働くか、生産活動を行わず補償金を受け取るかという三つの戦略を持つと仮定する。税と補償は経済を部門 2 へと徐々に移行させる可能性があることを示す。

Keywords: evolutionary dynamics, globally asymptotically stable, water resource management.

1 はじめに

新興国や途上国の人口増加や経済成長、気候変動などの影響によって水不足と水質汚染の懸念が増している。2006 年に国連開発計画(UNDP)が発表した『人間開発報告書 2006』によると、当時、43 カ国の約 7 億人が水利用に不便を感じる「水ストレス」にさらされており、2025 年には約 30 億人に達するという(UNDP (2006))。とりわけ、中国、インドのような非常に人口の多い国やサハラ砂漠以南のアフリカでは深刻な水ストレスに直面することが予測されている。このように水不足が世界的な環境問題として注目されている。

水資源の供給に対し需要は今後も増大し、その希少性はますます高まっていくことから、水資源の適切な管理が必要である。経済学では、希少な資源の利用に対し価格を付け、その利用者に対価を支払わせることにより資源の過剰利用を抑制しようとする。このような政策手段として税や排出量取引など、さまざまな経済的手段が提案されてきた¹。そして水資源の無駄な利用や水質汚染を防ぐことを目的に、実際に応用されている。たとえば water tradable permits (以下では WTP と略する)は、二酸化炭素などを対象とした既存の排出量取引制度と原理的には同じである²。Antoci *et al.* (2017) は WTP の導入が希少な水資源の利用にどのような影響を及ぼすのかを evolutionary framework の中で考察し、WTP が有効な手段になり得ることを示した。

本稿では Antoci *et al.* (2017) の分析枠組みを用いて、水資源の利用問題を考察する。ただし、WTP を導入するのではなく、税と補償を彼らの分析枠組みに導入し、所得分配の効果について分析することにした。このような視点から、本研究は先行研究の補完的な考察となっている。

本論文の構成は以下の通りである。第2節では、税と補償を考慮した水資源の利用の基本構造を evolutionary dynamics により定式化する。これは構成員の模倣学習から導出される。第3節では数値解析的手法により、この力学系の均衡点を求め、その安定性を調べ、均衡点の特徴付けを行う。最後に、第4節では税の引き上げが均衡点に与える影響を考察する。第5節は簡単なまとめである。

2 分析の枠組み

二つの生産部門からなる経済を考え、それぞれ部門1、部門2とよぶことにする³。この経済における構成員の数を $m > 0$ で表し、一定とする。分析の便宜上、時間は連続とし、一時点を $\tau \geq 0$ と書く。各時点 τ において部門1で働く構成員の割合を $x_1 \in [0,1]$ とし、部門2で働く構成員の割合を $x_2 \in [0,1]$ とする⁴。また、生産活動を行わない構成員の割合を $x_3 \in [0,1]$ とし、 $x_1 + x_2 + x_3 = 1$ とする。

各部門の生産活動は各部門の水資源のフローに依存する。部門 i の各構成員は水資源のフローを最大で $\bar{W}_i > 0$ だけ利用可能である ($i = 1, 2$)。ただし、部門1の生産活動により水質汚染が発生し、各部門の構成員の利用可能量に負の影響を及ぼすと仮定する。すなわち、部門 i の各構成員が利用可能な水資源のフローを W_i で表し、

$$\begin{aligned} W_1(x_1) &= \bar{W}_1 - \alpha x_1 \\ W_2(x_1) &= \bar{W}_2 - \beta x_1 \end{aligned}$$

とおく。ここで、 $\alpha > 0$ と $\beta > 0$ は定数であり、 $W_1(x_1)$ と $W_2(x_1)$ は部門1の構成員の割合が増加するほど利用可能な水資源が減少することを表している。

つぎに、生産関数を特定化する。本論文では水資源と他の生産要素の間で代替ができないことを考慮し、部門 i の各構成員の生産過程は Leontief 型生産関数に従うと仮定する。すなわち、部門 i の各構成員の生産量を Y_i で表し、

$$\begin{aligned} Y_1 &= \min \{a W_1, b L_1\} \\ Y_2 &= \min \{c W_2, d L_2\} \end{aligned}$$

とおく。ここで、定数 $L_i > 0$ は部門 i の各構成員の労働投入であり、 $a > 0, b > 0, c > 0, d > 0$ は定数である。利用可能な生産要素(水資源と労働)のうち、水資源に制約されると仮定すると、 L_1 と L_2 は

$$\begin{aligned} aW_1 &= bL_1 & \therefore L_1 &= \frac{a}{b}W_1 \\ cW_2 &= dL_2 & \therefore L_2 &= \frac{c}{d}W_2 \end{aligned}$$

によって決定される。部門 i の各構成員の生産量 Y_i は

$$\begin{aligned} Y_1 &= aW_1 \\ Y_2 &= cW_2 \end{aligned}$$

となる。

各構成員の利潤を特定化する。単純化のために、各部門の生産物の価格を 1 とし、水資源の価格を定数 $p > 0$ 、労働の単位費用を定数 $w > 0$ で表す。部門 i の各構成員の利潤を

$$\pi_i = Y_i - wL_i - p \quad i = 1, 2$$

によって表す。

部門 1 の構成員が生産活動を行うと水資源の利用に負の影響を及ぼすと仮定されている。この負の影響を抑制するために、分析枠組みに税と補償を導入しよう。まず、部門 1 の各構成員に対し定額税 $t > 0$ を課すことを考える。部門 1 の各構成員の利得を u_1 で表すと

$$u_1 = \pi_1 - t$$

$$\therefore u_1(x_1) = a\left(1 - \frac{w}{b}\right)(\bar{W}_1 - \alpha x_1) - p - t$$

である。水資源の非利用者、すなわち生産活動を行わない構成員に対しては補償金

$$\frac{mx_1t}{m} = x_1t$$

を支払うとする。これは、部門 1 から得られる税収 mx_1t をすべての構成員の数 m で割ったものであり、部門 1 の構成員が少なくなればそれだけ補償金も少なくなることを示している。すなわち、 $x_1 = 1$ のとき(すべての構成員が部門 1 で働くとき)補償金は最も多くなり、 $x_1 = 0$ のとき(部門 1 の構成員がゼロのとき)補償金はゼロとなる。生産活動を行わない各構成員の利得を u_3 で表し、

$$u_3(x_1) = x_1t$$

とする。部門 2 の各構成員の利得 u_2 を $u_2 = \pi_2$ とおく。すなわち

$$u_2(x_1) = c\left(1 - \frac{w}{d}\right)(\bar{W}_2 - \beta x_1) - p$$

である。このように、各構成員は三つの戦略(部門 1 で働く、部門 2 で働く、生産活動を行わず補償を受ける)を持つ。平均利得を

$$\bar{u} = x_1u_1 + x_2u_2 + x_3u_3$$

と定義すると、構成員の割合 x_i の evolutionary process は replicator dynamics

$$\dot{x}_i = x_i(u_i - \bar{u}) \quad i = 1, 2, 3 \quad (1)$$

によって与えられる⁵。ここで、 $\dot{x}_i$ は x_i の時間微分 $\dot{x}_i = \frac{dx_i}{d\tau}$ を表す。この微分方程式は imitation-type dynamics であり、各構成員が戦略を変化させるか否かは模倣学習に基づくと仮定されている。もし利得 u_i が平均利得 $\bar{u}$ より大きければ x_i は増加し、逆にもし小さければ x_i は減少するということがわかる。以下では、上記の3次元力学系(1)の解について考察する。

3 長期均衡点の存在と安定性

以下の考察の関心事は、3次元力学系(1)で表現された数理模型において、水資源の利用を抑制するためにはどのような前提条件を満たさなければならないかという問題である。特に、税と補償のもとで水資源の利用の状態がどのように変化し、長期的に安定するのかについて考察する。このためにまず、点 (x_1, x_2, x_3) がどのような集合に属するかを調べよう。

すべての x_i ($i = 1, 2, 3$) は非負で、かつ合計が1となるので、点 (x_1, x_2, x_3) は

$$\Delta = \{(x_1, x_2, x_3); x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0, x_1 + x_2 + x_3 = 1\}$$

によって定義される集合に属する。この集合 Δ は3個の単位ベクトル

$$(1, 0, 0), (0, 1, 0), (0, 0, 1)$$

を頂点とする単位単体である。これは図1において正三角形で示されている。このように単位単体 Δ は3次元 Euclid 空間に埋め込まれた2次元の構造体であるので、図2のように正三角形を用いて社会の状態を表現することができる。

図1 単位単体 Δ

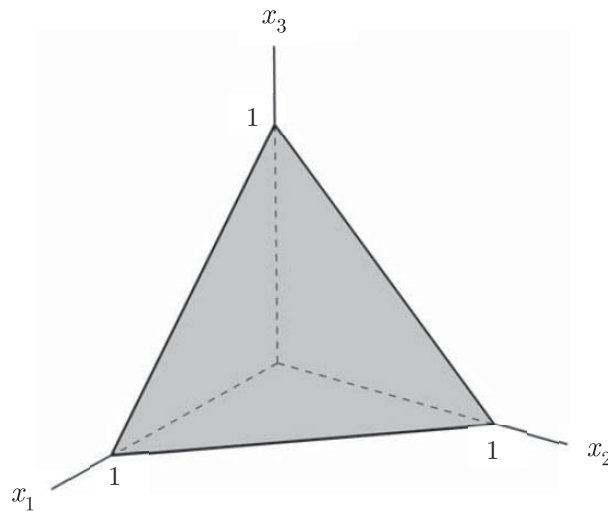
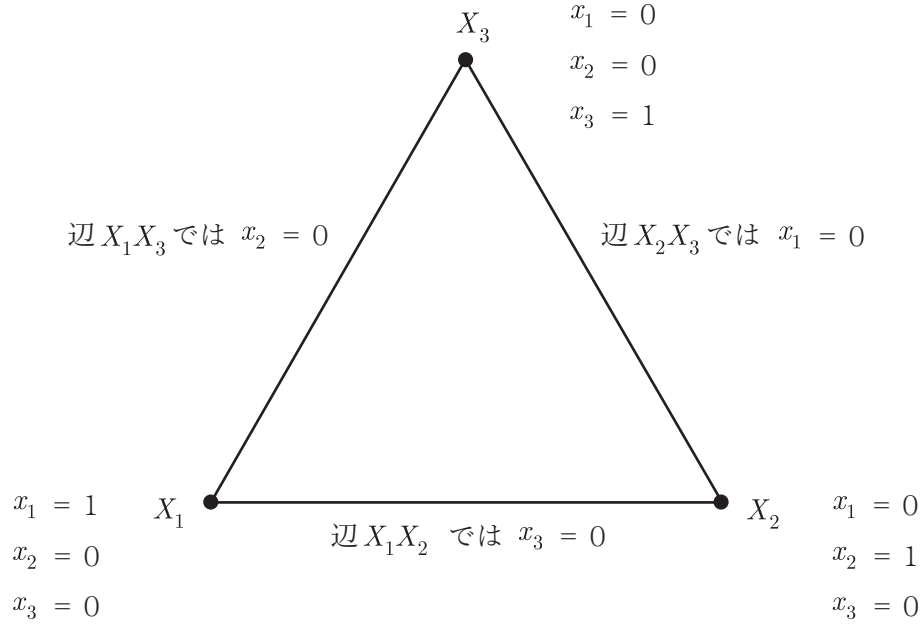


図2 単位単体 Δ の構成要素 (頂点, 辺, 内部)



正三角形 $X_1X_2X_3$ の各頂点は、それぞれただ一つの戦略からのみ構成される社会を示している。すなわち、頂点(1, 0, 0) は部門 1 の構成員だけからなる社会、頂点(0, 1, 0) は部門 2 の構成員だけからなる社会、頂点(0, 0, 1) は水資源の非利用者だけからなる社会を表す。

各辺では少なくとも一つの戦略が存在しない状態を表す。たとえば、辺 X_1X_2 では常に $x_3 = 0$ であり、水資源の非利用者は存在しない。同様に、辺 X_2X_3 では部門 1 で働く構成員は存在せず、辺 X_1X_3 では部門 2 で働く構成員は存在しない。また、正三角形 $X_1X_2X_3$ の内部は、すべての $i = 1, 2, 3$ に対して $x_i > 0$ を満たす点 $(x_1, x_2, x_3) \in \Delta$ の集合である。これは、部門 1 の構成員、部門 2 の構成員、水資源の非利用者が同時に存在する状態である。

つぎに、3次元力学系(1)の解の挙動を調べよう。このために定常状態が存在するかどうかを検討する。定常状態は三つの条件式 $\dot{x}_i = 0$ ($i = 1, 2, 3$) の解として得られる。まず、各頂点に注目する。たとえば、頂点 X_1 、つまり点(1, 0, 0) では $x_2 = x_3 = 0$ であるので、

$$\dot{x}_2 = \dot{x}_3 = 0$$

である。さらに、 $x_1 = 1$ であるので、

$$\dot{x}_1 = x_1(u_1 - \bar{u}) = u_1 - u_1 = 0$$

である。よって、頂点 X_1 は均衡点である。頂点 X_2 と頂点 X_3 についても同様の手順で均衡点であることわかる。

頂点以外に定常状態が存在するか否かは各 parameter の値によって決まる⁶。以下で

は解析的手法による均衡点の特徴づけについて立ち入らず、数値解析的手法により均衡点の特徴づけを行うことにする⁷。基準となる base case として各 parameter の値を

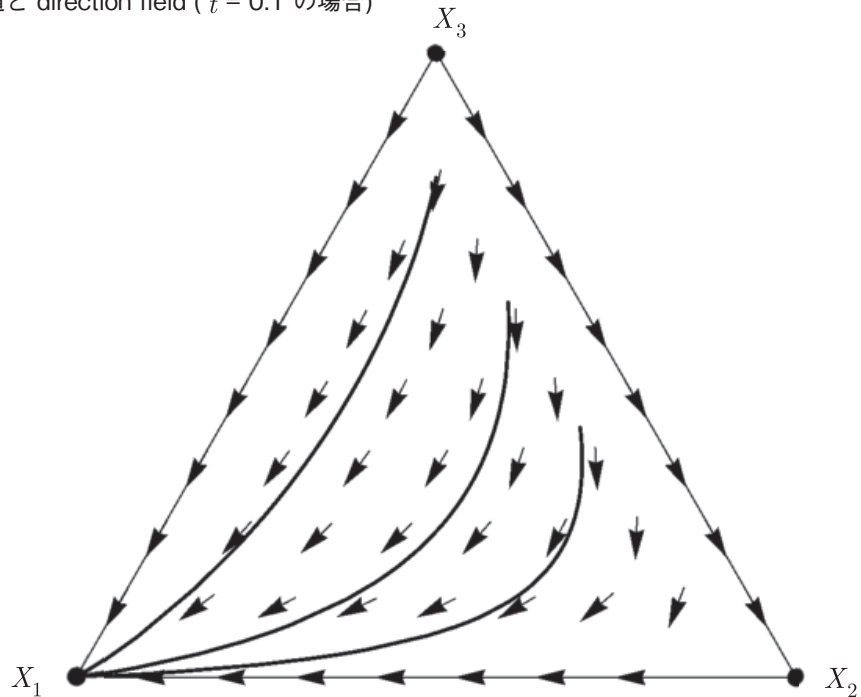
$$\begin{array}{cccc} \alpha = 0.83 & \beta = 0.94 & \bar{W}_1 = 11 & \bar{W}_2 = 7 \\ a = 1.2 & b = 1 & c = 1.6 & d = 1 \\ w = 0.8 & p = 1.8 & t = 0.1 & \end{array}$$

に固定する⁸。図3はこの設定のもとで、phase portrait を描いたものである。図3において direction field が矢印で、解軌道が曲線で描かれている。まず、頂点 X_1 に注目する。部門1の構成員の比率 x_1 の初期値が $x_1(0) > 0$ であるとき、どのような初期値 $(x_1(0), x_2(0), x_3(0)) \in \Delta$ から出発しても、すべての解軌道は頂点 X_1 に収束する。このような意味で、均衡点 X_1 は globally attracting である。したがって、均衡点 X_1 は単に locally asymptotically stable であるだけでなく、globally asymptotically stable である。つぎに、頂点 X_2 に注目する。辺 X_1X_2 上では $x_3 = 0$ ，すなわち、水資源の非利用者は存在しない。頂点 X_2 から部門1の構成員の比率 x_1 が正の方向に少しでもずれると、比率 x_1 は増加するが、比率 x_2 は減少する。よって均衡点 X_2 は不安定である。同様に均衡点 X_3 も不安定である。

以上の考察から明らかなように、単位単体の内部に均衡点は存在しない。もし単位単体の内部に均衡点 $(x_1, x_2, x_3) \in \Delta$ が存在するならば、すべての $i = 1, 2, 3$ に対して $x_i > 0$ であるので、 $u_1 = u_2 = u_3$ が成立しなければならないが、base case の場合には成立していないからである。

ここまでの考察をまとめよう。

図3 解軌道と direction field ($t = 0.1$ の場合)



Result 1 各頂点の特徴付け

単位単体の頂点はすべて均衡点である。均衡点 X_2 及び均衡点 X_3 は不安定であり，均衡点 X_1 は globally asymptotically stable である。定額税 t が低すぎる場合には，部門 1 で働く方が有利となり，長期的にはすべての構成員が部門 1 で働く可能性がある。

4 所得分配の効果

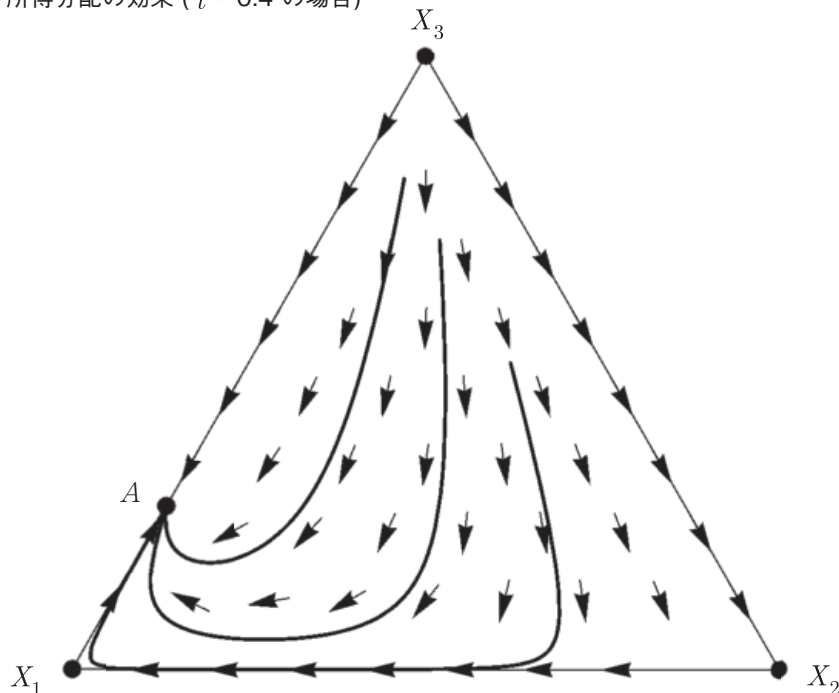
ここからは税と補償が水資源の利用にどのような効果を及ぼすかについて検討する。均衡点の特徴づけを行うが，議論の運びは前述と同じなので，ここではその概略を述べるにとどめる。また，解軌道が均衡点へ向かうかどうか論点を絞ることにしよう。

前節では定額税 t を 0.1 に設定した。ここでは定額税 t を引き上げてみよう。そうすると，数理模型は単純であるにもかかわらず，水資源の利用は多様に変化しうることが明らかになる。

各 parameter の値を base case に設定し，定額税 t を 0.1 から 0.4 へ増加させる。図 4 に示されているように四つの均衡点が存在する。比率 x_1 と比率 x_3 の初期値が $x_1(0) > 0$ かつ $x_3(0) > 0$ であるとき，どのような初期値 $(x_1(0), x_2(0), x_3(0)) \in \Delta$ から出発しても，すべての解軌道は均衡点 A (0.73, 0, 0.27) に収束する。このような意味で A は globally asymptotically stable である。これに対し，三つの頂点は不安定である。

このように，定額税 t が引き上げられると，各部門で働くより補償を受ける(生産活動を行わない)ほうが有利になり，水資源の非利用者の割合 x_3 が増加する可能性がある。点 A では部門 2 の構成員は存在しないが，部門 1 の構成員と水資源の非利用者は存在する。このような意味で点 A は共存均衡である。

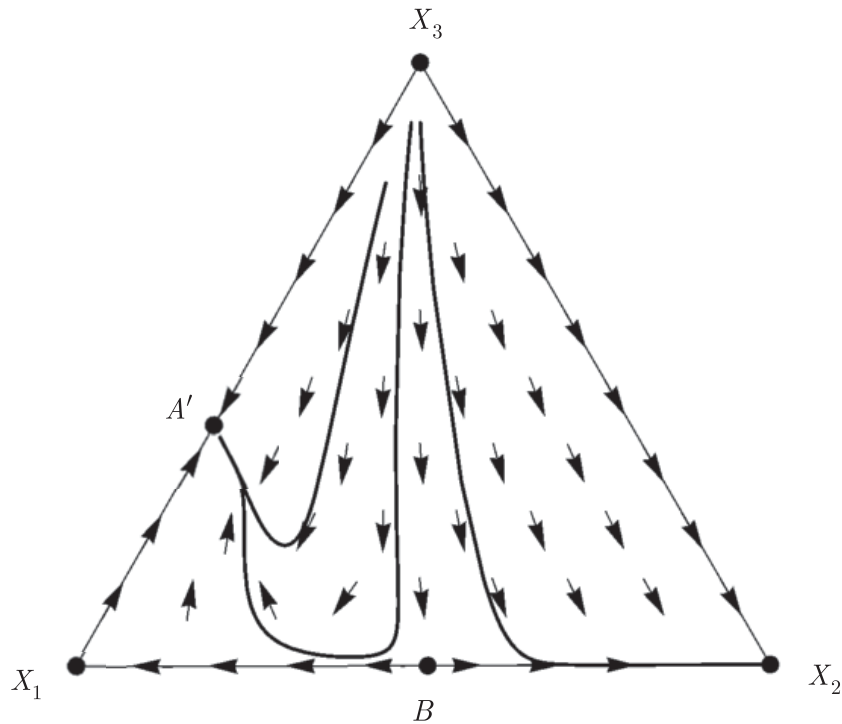
図 4 所得分配の効果 ($t = 0.4$ の場合)



つぎに, 各 parameter の値を base case に設定し, 定額税 t を 0.1 から 0.45 へ増加させてみよう。図5に示されているように五つの均衡点が存在する。ここでは均衡点 A' (0.6, 0, 0.4) と X_2 に注目する。均衡点 A' の basin of attraction の点を初期値に持つ解軌道は均衡点 A' に収束することがわかる。同様に, 均衡点 X_2 の basin of attraction の点を初期値に持つ解軌道は均衡点 X_2 に収束することもわかる。よって, これら二つの均衡点は locally asymptotically stable である。他方, 残りの三つの均衡点 B (0.49, 0.51, 0), X_1 及び X_3 は不安定である。

このように, 定額税 t が引き上げられると, 二つの可能性(点 A' と点 X_2)がある。すなわち, 部門2の構成員の割合 x_2 が小さければ長期的に部門2で働く人がいなくなる可能性があり(点 A') , また, 部門1の構成員の割合 x_1 が小さければ長期的にすべての構成員が部門2で働く可能性がある(点 X_2)ということである。

図5 所得分配の効果 ($t = 0.45$ の場合)



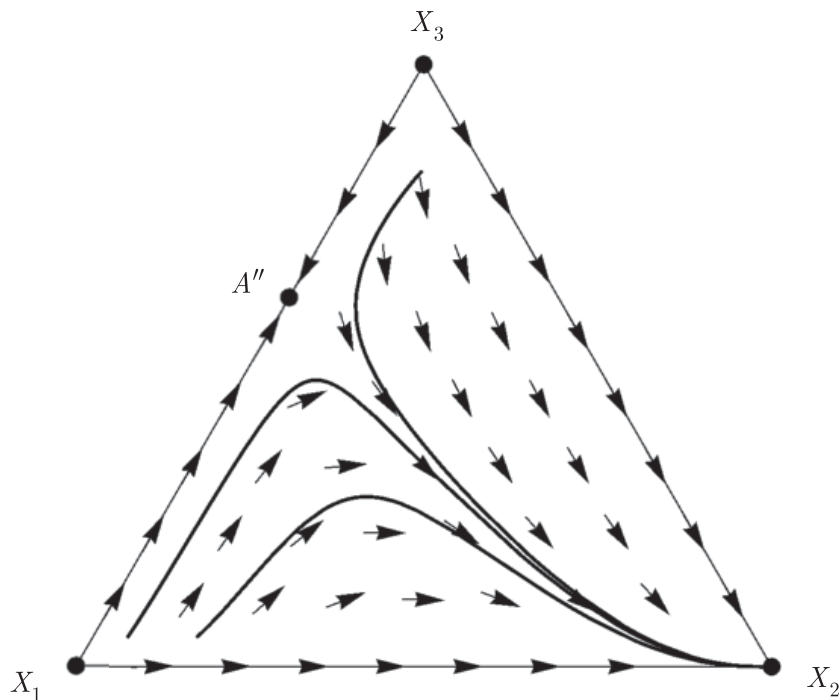
最後に、各 parameter の値を base case に設定し、定額税 t を 0.1 から 0.55 へ増加させてみよう。図 6 に示されているように四つの均衡点が存在する。ここでは二つの均衡点 A'' (0.39, 0, 0.61) と X_2 に注目する。均衡点 A'' から単位単体の内部の方向にわずかもずれると、解軌道は均衡点 A'' から離れていくので、均衡点 A'' は不安定である。これに対し均衡点 X_2 の basin of attraction の点を初期値に持つ解軌道は均衡点 X_2 に収束する。このように、定額税 t が大きく引き上げられると、部門 2 で働く方が有利となり、長期的にはすべての構成員が部門 2 で働く可能性がある。

以上の考察をまとめよう。

Result 2 所得分配の効果

水資源の利用に負の影響を及ぼす部門の構成員に対して定額税を課し、その税収を原資として水資源の非利用者に補償金を支払うと、長期的に両者が共存する可能性がある。また、この税を大きく引き上げると両者は部門 2 へ移る可能性がある。

図 6 所得分配の効果 ($t = 0.55$ の場合)



5 おわりに

我々が行ったことを簡単にまとめておく。

第2節では、水資源の利用に負の影響を及ぼす部門1の構成員に対し定額税を課し、生産活動を行わない構成員に対し所得補償を行うという意味で、税と補償を考慮した水資源の利用問題を evolutionary framework の中で説明した。第3節では数値解析的手法により長期均衡点の存在と安定性について考察した。定額税が低すぎる場合、長期均衡点は globally asymptotically stable となり、長期的にはすべての構成員が部門1で働く可能性があることを指摘した。第4節では所得分配の効果を分析した。定額税を引き上げることにより水資源の利用は多様に変化すること、また、税と補償は経済を部門2へと徐々に移行させる可能性があることが示された。

参考文献

- [1] Allen, Linda J. S. (2007), *An Introduction to Mathematical Biology*, Prentice Hall, Upper Saddle River, NJ.
- [2] Antoci, A., S. Borghesi and M. Sodini (2017), “Water Resource Use and Competition in an Evolutionary Model,” *Water Resources Management*, Vol. 31, Issue 8, pp. 2523–2543.
- [3] Bomze, Immanuel M. (1983), “Lotka-Volterra equation and replicator dynamics: a two-dimensional classification,” *Biological Cybernetics*, Vol. 48, pp. 201–211.
- [4] Borghesi, Simone (2013), “Water tradable permits: a review of theoretical and case studies,” *Journal of Environmental Planning and Management*, Vol. 57, No. 9, pp.1305–1332.
- [5] Gintis, Herbert (2009), *Game Theory Evolving*, Second Edition, Princeton University Press, Princeton, NJ.
- [6] Hanley, Nick, Jason F. Shogren, and Ben White (2007), *Environmental Economics: In Theory and Practice*, Second Edition, Palgrave Macmillan, New York, NY.
- [7] Hirsch, Morris W., Stephen Smale, and Robert L. Devaney (2013), *Differential Equations, Dynamical Systems, and an Introduction to Chaos*, Third Edition, Academic Press, Waltham, MA.
- [8] Kolstad, Charles D. (2010), *Environmental Economics*, Second Edition, Oxford University Press, New York, NY.
- [9] Perman, Roger, Yue Ma, Michael Common, David Maddison, and James McGilvray (2011), *Natural Resource and Environmental Economics*, Fourth Edition, Pearson Education Limited, Harlow, Essex.

- [10] Strogatz, Steven H. (1994), *Nonlinear Dynamics and Chaos: With Applications to Physics, Biology, Chemistry, and Engineering*, Westview Press, Cambridge, MA.
- [11] United Nations Development Programme (UNDP) (2006), *Human Development Report 2006: Beyond Scarcity-Power, Poverty and the Global Water Crisis*, Palgrave Macmillan, New York, NY.

-
- 1 概要については, Hanley *et al.* (2007), Kolstad (2010), Perman *et al.* (2011) を参照。
- 2 諸外国における WTP の事例研究については Borghesi (2013) を参照。
- 3 以下では Antoci *et al.* (2017) の分析枠組みを用いる。
- 4 各時点 τ における割合を $x_1(\tau)$ と表すべきだが, notation の簡略化のために時点 τ を省略し, x_1 と表す。他の変数も同様である。
- 5 導出については Gintis(2009) を参照。
- 6 Bomze(1983) では replicator dynamics の phase portrait が詳細に分類されている。
- 7 均衡点の特徴付けについては, Allen (2007), Hirsh *et al.*(2013), Strogatz (1994) を参照。
- 8 各 parameter の水準は特定の地域を想定して設定されたものではない。計算及び作図については Mathematica(Version Number: 11.0.1.0) を用いた。また, 計算結果は近似値である。